

**Análise de Modelos: uma alternativa metodológica de ensino caracterizada por um grupo de professores do ensino básico**

**Analysis of models: an alternative methodology of teaching characterized by a group of teachers of basic education**

**Emerson Silva de Sousa**

Universidade Federal do Oeste do Pará - UFOPA, Brasil

E-mail: [essousa73@gmail.com](mailto:essousa73@gmail.com)

**Isabel Cristina Machado de Lara**

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul - PUCRS, Brasil

E-mail: [isabel.lara@puccrs.br](mailto:isabel.lara@puccrs.br)

Recebido: 09/03/2018 – Aceito: 02/04/2018

**Resumo**

O artigo tem como principal objetivo identificar como um grupo de professores de Matemática do Ensino Básico da cidade de Uberlândia - MG caracteriza o termo “Análise de Modelos”, partindo do pressuposto que se trata de uma alternativa metodológica de ensino, e qual sua relação com a Modelagem Matemática no contexto educacional. Por meio de um questionário sobre o tema, aplicado aos 17 participantes, coletaram-se os relatos que foram analisados, utilizando como método de pesquisa a Análise Textual Discursiva. A análise aponta que os participantes da pesquisa caracterizam a “Análise de Modelos” de três modos diferentes, conforme as categorias emergentes de seus relatos: como abordagem de ensino que utiliza modelos matemáticos prontos para compreender fenômenos reais por meio da linguagem matemática; resolver situações-problema advindos de fenômenos reais; e como etapa dentro de um processo de Modelagem Matemática. Tais categorias evidenciam que há uma relação próxima da “Análise de Modelos” com a Modelagem Matemática, seja como uso de modelos advindos de um processo de Modelagem ou como parte integrante desse processo.

**Palavras-chave:** Análise de Modelos; Modelagem Matemática; Alternativa Metodológica de Ensino.

**Abstract**

The main objective of this article is to identify how a group of Basic Mathematics teachers from the city of Uberlândia - MG characterizes the term “Analysis of Models”, based on the

assumption that it is a methodological alternative of teaching, and that its relation with the Mathematical Modeling in the educational context. By means of a questionnaire on the topic, applied to the 17 participants, the reports that were analyzed were collected using the Discursive Textual Analysis as a research method. The analysis points out that the research participants characterize "Model Analysis" in three different ways, according to the emerging categories of their reports: as a teaching approach that uses mathematical models ready to understand real phenomena through mathematical language; solve problem situations arising from real phenomena; and as a step within a process of Mathematical Modeling. These categories show that there is a close relationship between "Model Analysis" and Mathematical Modeling, either as the use of models derived from a modeling process or as an integral part of this process.

**Keywords:** Analysis of Models; Mathematical Modeling; Methodological Alternative of Teaching.

## 1. Introdução

Alternativas metodológicas de ensino tem sido alvo de busca em todo mundo e no Brasil, não é diferente. Com relação ao ensino de Matemática essa busca ganha especial atenção nos últimos anos (FIORENTINI; LORENZATO, 2012). Uma das principais preocupações que professores e pesquisadores da área têm em relação a essa questão é como relacionar os conteúdos abordados em sala de aula com a realidade dos estudantes. De acordo com esses autores, as discussões perpassam por todos os níveis de ensino, principalmente no Ensino Básico, e a ênfase recai sobre o modo de contextualizar a Matemática escolar, tornando-a mais significativa e prazerosa aos estudantes.

Segundo esses autores, as várias tendências em Educação Matemática têm surgido com essa finalidade, tentando auxiliar o professor a tornar a Matemática escolar mais significativa e motivadora à aprendizagem do estudante. Nessa intenção, a *Modelagem Matemática*, como estratégia de ensino com pesquisa, tem sido indicada como uma dessas tendências, inserida no contexto geral das aplicações da Matemática.

Uma alternativa que tem sido apontada, nessa direção, é a abordagem pedagógica denominada *Análise de Modelos* (SOARES; JAVARONI, 2013), cujo direcionamento visa trabalhar com modelos matemáticos prontos que serão analisados, aplicados e servirão de guia para o estudo do conteúdo curricular.

No presente artigo, a ênfase de investigação será dada a essa última abordagem, isto é, à Análise de Modelos, cuja finalidade é tentar identificar como um grupo de professores de Matemática concebe ou caracteriza o termo “Análise de Modelos”, partindo do pressuposto que se trata de uma alternativa metodológica de ensino, e qual sua relação com a Modelagem Matemática no contexto educacional.

## 2. Procedimentos metodológicos

Considera-se a seguir, o modo como se desenvolveu a investigação. A pesquisa foi realizada a partir dos relatos de 17 graduados em Matemática que atuam como professores na rede pública de ensino na cidade de Uberlândia - MG. A coleta de dados se deu pela aplicação de um questionário com seis perguntas, dentre as quais selecionou-se as três que se relacionam com o tema aqui proposto a fim de compor os depoimentos de análise: 1) Considerando que Modelagem Matemática e Análise de Modelos são alternativas metodológicas para ensinar Matemática no Ensino Básico, como você caracteriza cada uma delas?; 2) Qual a importância dessas alternativas para os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática como prática em sala de aula?

A fim de delimitar o tema da pesquisa, enfatiza-se no presente artigo, a investigação do termo “Análise de Modelos”. Desse modo, o recorte dos relatos visa responder à pergunta: “como um grupo de professores de Matemática caracteriza o termo Análise de Modelos como alternativa metodológica de ensino, e qual sua relação com a Modelagem Matemática no contexto educacional?”

A análise das respostas foi feita por meio da Análise Textual Discursiva (ATD) conforme Moraes e Galiazzi (2011). Trata-se de um procedimento metodológico que busca analisar dados qualitativos e que compreende algumas etapas a serem seguidas. A etapa inicial desse processo refere-se ao momento de conhecer a base de dados, o que requer leitura e releitura constante dos materiais a serem analisados, pois a qualidade e a profundidade do metatexto<sup>1</sup> produzido a partir da ATD estão diretamente relacionadas ao nível de compreensão e internalização do material de análise pelo pesquisador.

Após essa tomada de conhecimento do material, a próxima etapa do processo de análise é a desmontagem dos textos, que Moraes e Galiazzi (2011) denominam de “unitarização”, a qual deve ser feita com atenção e cuidado para não perder o sentido original

---

<sup>1</sup> “[...] texto literário que está na base de uma crítica ou de um novo texto; texto que descreve ou explica outro texto.”. Dicionário infopédia da Língua Portuguesa com Acordo Ortográfico [em linha]. Porto: Porto Editora. Disponível em: <https://www.infopedia.pt/dicionarios/lingua-portuguesa/metatexto>. Acesso em 25 out. 2017.

das ideias. Destacam-se os diversos significados contidos no texto, o que nem sempre é possível contemplar a todos, e que possibilitam a desconstrução do texto original, levando a unitarização (p. 15).

De acordo com esses autores, as unidades que surgem do material inicial podem gerar outros conjuntos de unidades a partir de interlocução empírica e teórica ou da própria interpretação do pesquisador. Nesse sentido, a etapa seguinte da ATD consiste na “categorização”, onde são estabelecidas relações de semelhanças entre as unidades que surgem da etapa de unitarização. Essas categorias podem emergir tanto do processo de análise ou definidas *a priori*.

Por fim, a última etapa da ATD é denominada de “captação do novo emergente”. É nessa etapa que ocorre a expressão daquilo que foi compreendido a partir da etapa de categorização, por meio da construção de um metatexto no qual o pesquisador se assume autor dos próprios argumentos. Segundo Moraes e Galiazzi (2011), os textos provenientes da ATD devem sempre ser considerados em um estado de incompletude e de permanente crítica, no intuito de atingir uma compreensão maior do que está sendo estudado.

A partir desse direcionamento, realiza-se, atentamente, a leitura dos relatos dos professores, “quebrando” os textos em fragmentos que expressavam uma ideia coesa, procedendo com a organização dessas ideias, identificando o tema central presente e identificando as categorias que, de certo modo, respondem à pergunta da pesquisa. No tópico a seguir, apresenta-se, detalhadamente, essas categorias emergentes.

### **3. Modelagem matemática e Análise de Modelos**

A seguir apresenta-se os principais conceitos de Modelagem Matemática e Análise de Modelos.

Tendo como pressuposto que essas abordagens se apresentam como alternativas metodológicas de ensino no contexto escolar, acredita-se que antes de abordar esses temas, cabe fazer uma breve referência à *pesquisa em sala de aula* (MORAES; GALIAZZI; RAMOS, 2012), pois a ação de pesquisar é inerente do ser humano. A busca por respostas advindas de dúvidas e questionamentos que emergem do espírito curioso do ser humano e do senso de sobrevivência, serve de impulsão para a pesquisa. Dessa forma, “[...] para sobreviver e facilitar sua existência, o ser humano confrontou-se permanentemente com a necessidade de dispor do saber, inclusive de construí-lo por si só.” (LAVILLE; DIONNE, 1999, p.17).

Segundo Marques (2006, p. 94), “[...] pesquisar é ir à procura de algo diferente, guiado pelo desejo de encontrar o novo, o inusitado, o sequer por nós suspeitado, o original porque é descoberta nossa.”.

Para D’Ambrosio (2012), “pesquisa” está relacionada à investigação, à busca, à procura. Sua perspectiva situa a pesquisa como sendo o elo entre teoria e prática, destacando que a ideia central é sempre “[...] a de mergulhar na busca de explicações, dos porquês e dos comos, com foco em uma prática. Claro, o professor está permanentemente num processo de busca de aquisição de novos conhecimentos e de entender e conhecer os alunos” (p. 86). Essa atitude deve ser a atitude regular daquele professor que pretende inserir a pesquisa no contexto de suas atividades cotidianas, no âmbito escolar.

Pesquisar, de acordo com Demo (2000, p.129), significa desenvolver “[...] diálogo crítico e criativo com a realidade, culminando na elaboração própria e na capacidade de intervenção. Em tese, pesquisa é a atitude do ‘aprender a aprender’, e, como tal, faz parte de todo processo educativo e emancipatório [...]”, consagrando como elemento fundamental nesse processo, o “questionamento reconstrutivo” (DEMO, 2015).

Conforme Minayo (2001, p.52), o “[...] questionamento é que nos permite ultrapassar a simples descoberta para produzir conhecimentos”, por meio da criatividade. E acrescenta que, se o nosso campo de interesse for bem definindo, nos é possível partir para um rico diálogo com a realidade. A pesquisa, segundo a autora, pode ser considerada como ação prática e teórica que está constantemente num processo de busca de algo inacabado, mas que tenta se aproximar ao máximo da realidade, que não se esgota, onde está inserido o objeto dessa busca.

Nesse sentido, a *pesquisa em sala de aula* constitui-se uma relevante estratégia de articulação da Matemática escolar com essa realidade<sup>2</sup> dos estudantes. De acordo com Moraes, Galiuzzi e Ramos (2012), esta pode envolver os participantes, estudantes e professores, “[...] num processo de questionamento do discurso, das verdades implícitas e explícitas nas formações discursivas, propiciando a partir disto a construção de argumentos que levem à novas verdades”. Assim, a pesquisa em sala de aula

[...] pode ser compreendida como um movimento dialético, em espiral, que se inicia com o **questionar** dos estados do ser, fazer, e conhecer dos participantes, construindo-se a partir disso novos **argumentos** que possibilitam atingir novos patamares deste ser, fazer e conhecer, estágios

---

<sup>2</sup> O termo “realidade” será considerado aqui nesse texto simplesmente como “[...] qualquer situação que possa ser idealizada, estruturada e simplificada com a finalidade de ser investigada sob o prisma de um problema que permita uma abordagem por meio da matemática.” (ALMEIDA; VERTUAN, 2011, p. 21).

esses então **comunicados** a todos os participantes do processo (MORAES; GALIAZZI; RAMOS, 2012, p. 12).

Com relação à *Modelagem Matemática*, percebe-se uma estrita proximidade desta com a pesquisa em sala de aula, pois conforme Almeida e Silva (2015), as atividades de Modelagem têm como maior contribuição, proporcionar o desenvolvimento de

[...] investigações em sala de aula, as quais têm o problema como ponto de partida, a intencionalidade na busca, a formulação de hipóteses como fatores que se colocam no caminho para indicar direções e as diferentes resoluções matemáticas são empreendidas com vistas a resolver um problema (p. 209).

Cargnin-Stieler e Bisognin (2009, p. 3) reforçam essas ideias quando afirmam: “[...] a modelagem matemática, por sua natureza, envolve uma aprendizagem significativa e contextualizada ao contemplar pesquisa e investigação, a partir de temas propostos pelos alunos e professores, em um processo de diálogo permanente”.

Para Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática tem sido eficaz tanto como método científico para desenvolver pesquisa quanto como estratégia pedagógica de ensino e aprendizagem. Segundo o autor,

A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. [...] pressupõe multidisciplinaridade. E, nesse sentido, vai ao encontro das novas tendências que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas de pesquisa. [...] é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos (BASSANEZI, 2002, p.16).

Nota-se que, de acordo com o autor, as situações reais do cotidiano dos estudantes, os múltiplos conhecimentos de outras áreas bem como as inter-relações entre elas são identificados como elementos centrais nas estratégias diferenciadas que visam no ensino de Matemática em sala de aula, em especial na Modelagem.

Biembengut (2014), concebe a Modelagem como um processo que visa a elaboração de um modelo. Na Educação, a autora denomina a Modelagem como método de ensino com pesquisa, de *Modelação Matemática*, que é o “[...] método que se utiliza das fases do processo da modelagem na Educação formal, com a estrutura vigente: currículo, período, horário, espaço físico, número de horas-aula por período letivo, número de estudantes por classe” (p. 30).

Segundo a autora, a Modelação “[...] orienta-se pelo ensino do conteúdo curricular a partir de reelaboração de modelos matemáticos aplicados em alguma área do conhecimento e, paralelamente, pela orientação dos estudantes à pesquisa” (BIEMBENGUT, 2014, p. 30).

Nesse sentido, a autora defende que a Modelação possibilita aos estudantes, a partir de temas ou assuntos de seu interesse, que desenvolvam “[...] pesquisa e, posteriormente

formulem-na em linguagem matemática até chegar a um modelo (fórmula, tabela, gráfico, etc.). Modelo que permite a criação de algo ou compreensão, previsão, inferência da situação estudada.” (BIEMBENGUT, 2014, p.59).

Observa-se que a ênfase dada pela autora, mesmo de forma implícita, também são as situações reais do cotidiano, uma vez que se busca contextualizar os conteúdos curriculares, em especial os modelos matemáticos, aplicando-os em vários contextos da realidade dos estudantes a partir da abordagem proposta em sala de aula.

Para Bassanezi (2002), a Modelagem de uma situação ou problema real, após ser escolhido o tema, passa pelas seguintes etapas, conforme o quadro abaixo:

Quadro 1: Etapas do processo de Modelagem

<b>Etapas</b>	<b>Descrição</b>
<b>1ª - Experimentação</b>	Obtém-se dados experimentais ou empíricos que ajudam na compreensão do problema, na modificação do modelo e na decisão de sua validade. É um processo essencialmente laboratorial e/ou estatístico.
<b>2ª - Abstração</b>	Ocorre a seleção das variáveis essenciais e formula-se em linguagem natural, própria da área em estudo, o problema ou a situação-problema real de forma simplificada.
<b>3ª - Resolução</b>	O modelo matemático encontrado substitui a linguagem natural do problema por uma linguagem matemática.
<b>4ª - Validação</b>	Ocorre a comparação entre a solução obtida via resolução do modelo matemático e dados reais. É um processo de tomada de decisão, onde o modelo encontrado inicialmente será aceito ou não, de acordo com o grau de aproximação desejado.
<b>5ª - Modificação</b>	Ocorre, caso o grau de aproximação entre os dados reais e a solução do modelo não seja aceito. Nesse caso modifica-se as variáveis ou a lei de formação, e com isso o próprio modelo original encontrado é modificado e o processo se inicia novamente.
<b>6ª - Aplicação</b>	Após os ajustes realizados e aceito como adequado, o uso do modelo agora permite fazer provisões, tomar decisões, explicar e entender a situação em estudo. Permite a participação no mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças.

Fonte: Bassanezi (2002).

Biembengut (2016), tomando por referência essas etapas de Bassanezi (2002), e com base nos estudos de Immanuel Kant (1724-1800)<sup>3</sup> e de George (1973) sobre modelos cognitivos, aponta três fases do processo de Modelagem ou de Modelação:

<sup>3</sup> KANT, I. **Duas introduções à Crítica do Juízo**. (Org.) Ricardo R. Terra. São Paulo: Iluminuras, 1995.

Quadro 2: Fases da Modelação

Fases	Descrição
1 <sup>a</sup> - <i>Percepção e Apreensão</i>	A <i>percepção</i> ocorre no reconhecimento da situação problema, e a <i>apreensão</i> , na familiarização com o assunto a ser modelado.
2 <sup>a</sup> - <i>Compreensão e Explicitação</i>	A <i>compreensão</i> ocorre na formulação do problema, e a <i>explicitação</i> , na formulação do modelo e na resolução do problema a partir do modelo
3 <sup>a</sup> - <i>Significação e Expressão</i>	A <i>significação</i> ocorre na interpretação da solução e na validação do modelo (avaliação), e a <i>expressão</i> ocorre na divulgação do processo e do resultado, modelo.

Fonte: Biembengut (2016).

Para Burak (1992, 2004), a Modelagem Matemática “[...] constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões” (BURAK, 1992, p.62). Para esse autor, a Modelagem como prática educativa pressupõe dois princípios para a sua adoção: o interesse do grupo de pessoas envolvidas; os dados são coletados onde se dá o interesse do grupo de pessoas envolvidas.

Assim, o autor sugere cinco etapas numa atividade de Modelagem: 1<sup>a</sup> - A escolha do tema; 2<sup>a</sup> - A pesquisa exploratória; 3<sup>a</sup> - O levantamento dos problemas; 4<sup>a</sup> - A resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; 5<sup>a</sup> - A análise crítica da solução - é “[...] marcada pela criticidade, não apenas em relação à Matemática, mas também em relação a outros aspectos, como viabilidade e coerência das resoluções apresentadas” (KLÜBER; BURAK, 2006, p. 5).

Para Barbosa (2001, 2003) a “[...] Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (BARBOSA, 2001, p. 6). Enfatiza o desenvolvimento de pesquisa, de investigação, não necessariamente, chegar a um modelo.

Nesse sentido, o autor defende que os modelos matemáticos devem ser analisados numa perspectiva *sociocrítica* da Modelagem Matemática, isto é, discutir o papel e a natureza dos modelos matemáticos na sociedade, apoiando-se na Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2001). Para Barbosa, os modelos matemáticos têm uma ‘função social’

quando destaca que estes desenvolvem um papel na sociedade como balizadores de decisões, de modo que “[...] faz-se necessário ultrapassar as dimensões técnicas da Modelagem e realizar uma análise crítica do papel dos modelos matemáticos na vida social.” (BARBOSA, 2001, p. 19).

Para o desenvolvimento de tarefas de Modelagem Barbosa (2001) considera os seguintes momentos: 1º - Elaboração da situação-problema; 2º - Simplificação; 3º - Coleta de dados qualitativos e quantitativos; e, 4º - Resolução da situação-problema. Assim, para a implementação da Modelagem nas aulas de Matemática, o autor propõe três possibilidades de uso, que denominou “casos”, conforme a participação do professor e dos estudantes no processo. No caso 1, o professor é responsável pela elaboração da situação-problema, da simplificação e coleta dos dados qualitativos e quantitativos, mas a resolução cabe também aos estudantes. No caso 2, apenas a elaboração da situação-problema é tarefa exclusiva do professor e as demais têm participação direta dos estudantes. Por fim, no caso 3, os estudantes participam de todos os momentos juntos com o professor.

Uma alternativa metodológica que tem sido defendida para o ensino da Matemática, principalmente no Ensino Superior (mas que pode ser estendida ao Ensino Básico), é a abordagem denominada *Análise de Modelos* (SOARES; JAVARONI, 2013). Essa proposta tem sido apontada como uma alternativa de se trabalhar com modelos matemáticos já existentes a fim de introduzir conceitos novos aos estudantes. Nesse sentido,

A *Análise de Modelos* se configura como uma possibilidade de encaminhar o trabalho com modelos matemáticos em sala de aula, cuja ideia central é propor a análise de um modelo para um fenômeno de uma área científica ou do dia a dia como pano de fundo para a introdução de conceitos matemáticos novos para os alunos. O modelo proposto pode ser um modelo clássico da literatura, ou então um modelo derivado de pesquisas e que ainda não é tão conhecido (SOARES; JAVARONI, 2013, p.197).

Segundo as autoras, o trabalho com o modelo proposto não chega a ser uma atividade completa de Modelagem Matemática, em todas as suas etapas, no entanto vai além de uma simples ilustração ou aplicação do conteúdo matemático. Sua proposta é tentar localizar a *Análise de Modelos* em um conjunto maior de investigações, no contexto da Modelagem, que visa a exploração de modelos matemáticos prontos, apoiada, preferencialmente, por recursos tecnológicos.

Biembengut (2016), nessa mesma direção, aponta um caminho inicial no processo de Modelação, ao propor o trabalho com modelos matemáticos prontos. A autora destaca que,

como há na literatura uma variedade de modelos aplicados às mais diversas áreas do conhecimento, é possível que tanto professores, estudantes e profissionais de outras áreas se apropriem desses modelos prontos com o objetivo de estudá-los, analisá-los e refazê-los para alcançar o objetivo de “Aprender ↔ Ensinar” a modelar.

Segundo Biembengut (2016, p. 124) “[...] fazer uso destes modelos que se encontram nos livros, estudá-los e refazê-los, preferencialmente, a partir de dados de alguma atividade experimental para chegarmos a um modelo análogo [...]” torna-se uma proposta potencialmente interessante para se aprender a modelar de forma autodidata, mas também é um caminho que propicia aprendizagem e facilita o ensinar.

Para a referida autora “[...] efetuar atividades experimentais para verificar constantes e o grau de viabilidade dos respectivos modelos com os dados da experiência” (p.91), é apontado como um elemento importante no estudo e no refazer dos modelos propostos na literatura, mesmo quando estes não apresentam muitos detalhes sobre os procedimentos e tópicos utilizados de Matemática e/ou da ciência a que pertencem. Isso significa que, o modelo em estudo, pode não expressar claramente como foi elaborado, nem apresentar objetivamente os dados e observações empíricas que possibilitaram sua concepção.

A ênfase dada à atividade experimental, segundo a autora, facilita a compreensão dos fenômenos estudados “[...] de maneira [mais] realista, na medida em que *percebemos e apreendemos* como esses mesmos dados são ‘apropriados’ aos enunciados descritivos - e, assim, nos permite explicitá-los e expressá-los a fim de retirar conclusões, significações” (p.92). A atividade experimental impulsiona o aprendizado, facilita o entendimento e a compreensão dos modelos em estudo, identificando seus elementos e dados que os compõem.

Nesse sentido, mais explicitamente, Soares e Javaroni (2013) apresentam algumas atividades que podem ser envolvidas no trabalho com Análise de Modelos. São elas:

[...] (i) estudo do fenômeno em questão; (ii) estudo das hipóteses consideradas para a elaboração do modelo; (iii) entendimento do que cada termo do modelo diz sobre o fenômeno; (iv) estudo do comportamento da(s) solução(ões) do modelo, relacionando este comportamento com o fenômeno e com as hipóteses consideradas; (v) estudo da influência dos parâmetros do modelo no comportamento de sua(s) solução(ões), o que permite fazer previsões e analisar a influência de possíveis intervenções no fenômeno; (vi) análise das limitações do modelo (p. 199).

Portanto, considerando as atividades experimentais apontadas por Biembengut (2016) e essas indicadas por Soares e Javaroni (2013), é possível pensar em características centrais da Análise de Modelos, de modo a poder classificá-la como alternativa metodológica ou até mesmo como método de ensino com pesquisa, pois de um modo geral possibilita a compreensão de elementos relativos a um modelo matemático de alguma área do

conhecimento, ao mesmo tempo em que ocorre o ensino e a aprendizagem de conteúdos curriculares. Um aprofundamento investigativo dessa questão é apontado como sugestivo (SOARES; JAVARONI, 2013), e a expectativa futura é dar sequência no estudo dessa temática.

#### 4. Caracterizando Análise de Modelos: discussão dos relatos

As concepções dos Participantes<sup>4</sup> acerca do termo *Análise de Modelos*, conforme seus relatos, ao responderem a pergunta: “como você caracteriza a Análise de Modelos como alternativa metodológica para o ensino de Matemática na prática de sala de aula e qual sua relação com a Modelagem Matemática?”, apontam que Análise de Modelos (AM) pode ser caracterizada de três maneiras, que de forma direta ou indireta, estão relacionadas com o processo de Modelagem Matemática e/ou com as aplicações da Matemática em um contexto mais geral.

Em primeiro lugar, a AM é caracterizada como uma abordagem que se utiliza de modelos matemáticos prontos para **compreender fenômenos reais por meio da linguagem matemática**. Oito Participantes apontam para nessa direção. De acordo com o Participante P14, a AM se configura “[...] como uma abordagem pedagógica que poderia auxiliar os alunos na aprendizagem da matemática. Um ‘caminho’ percorrido pelo aluno para compreender o fenômeno estudado e tentar representá-lo matematicamente”, “[...] tendo em vista que ela [AM] pode revelar resultados simples, mas importantes sobre o fenômeno [...]”, como afirma P17.

O conteúdo matemático estudado nessa perspectiva se torna muito mais significativo. É o que sinalizam alguns participantes. O Participante P2 afirma que a AM “É um caminho para o ensino e aprendizagem da matemática, no qual o aluno parte de uma realidade que está ao seu redor e observa os modelos matemáticos que justifiquem a importância de determinadas partes da matemática”; P11 expressa que, por meio da AM, “O aluno passa a perceber a importância da matemática para a compreensão de fenômenos naturais, como é possível ‘prever’ alguns acontecimentos utilizando fórmulas e modelos, e isso acaba despertando seu interesse pela ciência”. Além do mais, a AM “[...] possibilita ao professor [oportunar] autonomia para o estudante buscar e compreender temas que provocam o interesse e a curiosidade, e com isso atribuir significados para determinados conteúdos. Ajuda

---

<sup>4</sup> São 17 professores participantes da pesquisa que serão identificados por P1, P2, ..., P17.

ao aluno a compreender, construindo relações matemáticas significativas [...]” (P17). Desse modo, é possível “Tornar o aprendizado mais atrativo para os alunos” (P4).

A compreensão de fenômenos reais, de acordo com os Participantes, é potencializada quando a linguagem matemática é utilizada tanto para expressar como para interpretar esses fenômenos. É o que se percebe em alguns relatos quando afirmam que a AM “Consiste em buscar auxílio nas fórmulas, nos modelos [...]” (P2), na “matemática pura” (P15), cuja finalidade principal é “[...] interpretar uma problematização que é feita sobre as situações apresentadas.” (P7).

É nesse sentido que P15 exemplifica, ao afirmar que na AM é possível “[...] mostrar as relações existentes entre os gráficos das funções afins [conteúdos matemáticos] e os vários fenômenos da Física”, reforçando a ideia que a AM, nessa perspectiva, pode ser caracterizada como uma forma de estudar e compreender “eventos” de outras áreas do conhecimento (P6).

Em segundo lugar, a AM é caracterizada como uma abordagem que se utiliza de modelos matemáticos prontos para **resolver situações-problema advindas de fenômenos reais**. Três professores sugerem explicitamente essa caracterização (P2, P7 e P11). O Participante P2 expressa que a AM se configura como abordagem que serve “[...] para solucionar problemas diversos”, ou seja, “[...] solucionar uma problematização que é feita sobre as situações apresentadas”, como afirma P7. Em síntese, a ideia é bem colocada pelo Participante P11 quando afirma que na AM “[...] o aluno aprenderá a fazer da matemática um instrumento para a resolução de seus problemas em diversas situações”.

Dentro dessa perspectiva, o desenvolvimento de atitudes e competências nos estudantes é sinalizado como proveniente do estudo e resolução de problemas em situações reais. A reflexão é uma dessas atitudes. De acordo com P16, a AM “[...] oferece ao aluno condições de refletir sobre os resultados obtidos no processo”. Além do mais, por meio da AM, segundo P11, “Os modelos matemáticos podem ser utilizados de maneira crítica. [...] os estudantes são preparados para a vida real, como cidadãos atuantes na sociedade onde estão inseridos, formando suas próprias opiniões [...]”. Em geral, conforme esse professor, a AM ajuda desenvolver a criatividade e a capacidade de exploração dos estudantes no processo de resolução das situações-problema. Essas ideias vêm ao encontro da perspectiva *sociocrítica* de Modelagem (BARBOSA, 2003).

Em terceiro lugar, a AM é caracterizada como **etapa dentro de um processo de modelagem**. Essa caracterização é apontada pela maioria dos Participantes. Onze professores compartilham essa ideia. Considerando a proposta de Bassanezi (2002) acerca do processo de

modelagem, é possível identificar três etapas dentro dessa caracterização, às vezes indicadas de modo explícito outras vezes não tão claras, porém com possibilidade de deduções. São elas: *Validação*, *Modificação* e *Aplicação*.

A *Validação* é a etapa mais apontada como modo de caracterizar a Análise de Modelos. Seis professores expressam essa concepção. Assim, “[...] a análise de modelos me remete a interpretação de resultados que podem ser obtidos com a modelagem” (P3), ou seja, é “Verificar se realmente o modelo desenvolvido no processo de modelagem descreve o fenômeno desejado” (P4). De acordo com P8, Análise de Modelos é a “[...] verificação se o modelo construído resulta nos dados coletados, a fim de corrigir possíveis erros, se houver, ou gerar resultados diferentes”, ou como afirma explicitamente P1: “É a verificação ou validação do modelo. É saber se o modelo é capaz de prever todas as variáveis necessárias para a análise [do fenômeno] observado”.

Nota-se que, os professores P8 e P1, além da *Validação*, sinalizam que a AM também pode estar inserida nas etapas de *Modificação* e *Aplicação*, respectivamente. P8 enfatiza a identificação e correção de possíveis erros no modelo construído a fim de modificá-lo, ou seja, tentar melhorar os resultados; enquanto P1, destaca a capacidade de fazer previsões, no contexto do fenômeno estudado, a partir do modelo analisado.

Essas duas últimas etapas do processo de modelagem, *Modificação* e *Aplicação*, também são sinalizadas por outros Participantes. No relato de P17 ao sugerir que, a partir do uso de modelos já existentes, por meio da AM “[...] podem ser revelados resultados simples, mas importantes sobre o fenômeno e que devem ser considerados na elaboração de um novo modelo, assim como podem revelar hipóteses que não se mostraram relevantes e que podem ser descartadas.”. A etapa sugerida aqui é claramente a *Modificação*.

Já a *Aplicação*, como etapa do processo de modelagem, é apontada por dois professores. O Participante P13 afirma que AM “É um fragmento [etapa] da modelagem. Quando já temos um modelo é preciso analisá-lo com respeito às informações em que ele se aplica”, pois isso seria o esperado de um modelo que representa alguma situação-problema de um fenômeno real. Essa ideia é também compartilhada por P5 quando afirma: “[...] acredito que sua característica [da AM] seja analisar a aplicação [do modelo] no decorrer da sua execução.”.

Assim, ao analisar o relato dos professores acerca do termo “Análise de Modelos”, percebe-se que um fenômeno de qualquer natureza pode ser elemento motivador para o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos em sala de aula. Partindo de uma situação-

problema advinda de algum fenômeno real, se possível escolhida pelos estudantes, é possível relacionar a ela vários modelos matemáticos já prontos que permitam descrevê-la e explorá-la. Nesse sentido, os estudantes, mesmo não construído os modelos, têm a oportunidade de compreender, resolver e tirar conclusões próprias sobre o fenômeno em estudo.

Além disso, a Análise de Modelos é apontada como etapa do ciclo de Modelagem que tem como principal objetivo a *Validação* dos modelos (mas não apenas esse - *Modificação* e *Aplicação* também aparecem), os quais podem ser encontrados “[...] em livros didáticos, questões de vestibulares, livros paradidáticos, internet e outras mídias [...]” (P7). De acordo com P9, os modelos matemáticos são percebidos, dentro dessa perspectiva de AM, como “objetos de aprendizagem” que podem ser trabalhados “através da informática e jogos”, indicando, assim, que as ferramentas tecnológicas podem ser fortes aliadas no processo de ensino e aprendizagem por meio da Análise de Modelos.

Em síntese, podemos inferir que os Participantes da pesquisa, além de caracterizarem a Análise de Modelos como uma abordagem de ensino que possibilita o trabalho com modelos matemáticos prontos para compreender e resolver situações-problema advindas de fenômenos reais, também apontam sua potencialidade em estabelecer uma conexão da Matemática escolar com a realidade dos estudantes. Essa conexão é percebida na caracterização da AM como etapa de um ciclo de modelagem, cujo objetivo principal é “[...] transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2002, p. 16).

Além disso, a AM oportuniza a interdisciplinaridade e rompe com o modo tradicional de ensino que tem sido praticado há muito tempo (P9; P10; P11; P16; P17). Entendemos, portanto, que o tema se mostra relevante para ser discutido, investigado e incentivado na prática escolar.

## 5. Considerações Finais

Partindo da pergunta de pesquisa: “como você caracteriza a Análise de Modelos como alternativa metodológica para o ensino de Matemática na prática de sala de aula e qual sua relação com a Modelagem Matemática?”, utilizando a ATD, pôde-se identificar três categorias emergentes que apontam às possíveis respostas. Os Participantes caracterizaram-na, portanto, como abordagem que se utiliza de modelos matemáticos prontos para **compreender fenômenos reais por meio da linguagem matemática; resolver situações-problema advindas de fenômenos reais**, e como **etapa dentro de um processo de modelagem**.

Nota-se que essas categorias indicam uma distinção entre Análise de Modelos e Modelagem Matemática. De fato, partindo do entendimento de usar modelos prontos, já elaborados, na Análise de Modelos há uma preocupação em entender os fenômenos a partir desses modelos, a fim de resolver os problemas advindos desses fenômenos. O conteúdo matemático é estudado e compreendido à medida que se busca a resolução. Entende-se que esse procedimento não configura a AM como uma simples tarefa de exemplificar ou de aplicar os conteúdos curriculares. É uma abordagem que ultrapassa essas tarefas.

No entanto, a AM também não pode ser considerada uma atividade de Modelagem no sentido completo do termo, já que o pressuposto é abordar modelos prontos, já construídos. Contudo, a maioria dos Participantes aponta a Análise de Modelos dentro do ciclo de Modelagem, indicando que os modelos estudados sejam considerados à luz de todo o processo.

Tais concepções vêm ao encontro das ideias de Soares e Javaroni (2013) com relação à abordagem pedagógica - Análise de Modelos, e de Biembengut (2016), no trabalho com modelos matemáticos prontos dentro do processo de Modelação, a fim de “Aprender para Ensinar” e “Ensinar para Aprender” a modelar. Percebe-se, com isso, que a Análise de Modelos, além da indicação como etapa no processo de Modelagem, como modo de articular a Matemática escolar com a realidade dos estudantes, é sinalizada como uma alternativa metodológica para o ensino da Matemática, cujo objetivo é compreender e resolver situações-problema advindas de algum fenômeno do cotidiano ou da realidade dos estudantes.

Conclui-se que o potencial dessa “alternativa metodológica” - Análise de Modelos, está no fato de os professores terem mais condições de implementá-la, pois exige menos tempo de preparação e pode ser inserida na prática de sala de aula, possibilitando “[...] tornar o aprendizado mais atrativo para os alunos” (P4), pois “[...] é de suma importância tanto para a motivação e interesse pela aprendizagem por parte dos alunos, como para a reflexão e mudanças de práticas [tradicionais] pelos professores.” (P7), e sem deixar de cumprir os conteúdos curriculares.

Verifica-se, ainda, que se faz necessário um aprofundamento sobre o tema a fim de estabelecer com mais clareza sua caracterização, seus limites, suas vantagens, etc. A expectativa nesse aprofundamento é inserir a Análise de Modelos numa classificação mais ampla de categoria, transcendendo a posição de uma simples etapa do processo de Modelagem, podendo caracterizar-se, talvez, até como método de ensino, cuja finalidade seja trabalhar com modelos matemáticos prontos, clássicos ou não. Esses trabalhos, às vezes

advindos de alguma atividade de Modelagem, geralmente publicados em livros, revistas ou eventos que tratam da temática.

Assim, por meio da Análise de Modelos, uma das ideias é também possibilitar a exploração desses trabalhos publicados, valorizando-os e fazendo uso deles em sala de aula para compreender o processo desenvolvido por seus autores, ensinar os conteúdos curriculares e aprender a “arte de modelar”, cujo propósito básico deve ser a busca pela melhoria do ensino e possibilitar aprendizagem significativa de Matemática no contexto escolar em nosso país.

### Referências

- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, H. C. A Matematização em Atividades de Modelagem Matemática. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 8, n.3, p. 207-227, novembro 2015.
- ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Discussões sobre “como fazer” modelagem matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org.). **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. Londrina: Eduel, 2011. p.19-43.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio de Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e a perspectiva sociocrítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2003. 1 CD-ROM.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática no ensino fundamental**. Blumenau: Edifurb, 2014.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1992.
- BURAK, D. Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: Encontro Paranaense da Modelagem na Educação Matemática, I, Londrina, 2004. **Anais...** Londrina: UEL, p. 1-11, 2004.
- CARGNIN-STIELER, M.; BISOGNIN, V. Contribuições de metodologia da modelagem matemática para cursos de formação de professores. **Revista Iberoamericana de Educación**, n. 49/3, 2009.
- D’AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 23. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.
- DEMO, P. **Desafios Modernos da Educação**. Petrópolis: Vozes, 2000.
- DEMO, P. **Educar pela pesquisa**. 10. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2015.

- FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. (Coleção formação de professores).
- GEORGE, F. **Modelos de Pensamento** (Mário Guerreiro, Trad.). Petrópolis, RJ: Vozes, 1973.
- KANT, I. **Dois introduções à Crítica do juízo** (Ricardo R. Terra, Org.). São Paulo: Iluminuras, 1995.
- KLÜBER, T. E.; BURAK, D. A matemática, os alunos e a matemática: algumas visões epistemológicas evidenciadas a partir de depoimentos de alunos. In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, I, Recife, 2006. **Anais...** Recife, p. 1-11, 2006.
- LAVILLE, C.; DIONNE, J. (Trad.) MONTEIRO, H.; SETTINERI, F. **A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em Ciências humanas**. Porto Alegre: Artmed; Belo Horizonte: Editora UFMG, 1999.
- MARQUES, M. O. **Escrever é preciso: o princípio da pesquisa**. 5. ed. rev. Ijuí: Ed. Unijuí, 2006.
- MINAYO, M. C. S. (org.). **Pesquisa Social**. Teoria, método e criatividade. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.
- MORAES, R.; GALIAZZI M.C. **Análise textual discursiva**. 2. ed. Ijuí: Unijuí, 2011.
- MORAES, R.; GALIAZZI, M. C.; RAMOS, M. G. Pesquisa em sala de aula: fundamentos e pressupostos. In: MORAES, R.; LIMA, V. M. R. (Orgs.). **Pesquisa em sala de aula: tendências para a educação em novos tempos**. 3. ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2012.
- SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: A questão da democracia**. Campinas, SP: Papirus, 2001, 3. ed. 160 p. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).
- SOARES, D. S.; JAVARONI, S. L. Análise de Modelos: possibilidades de trabalho com Modelos Matemáticos em sala de aula. In: BORBA, M. C. & CHIARA, A. (Org.) **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**, São Paulo-SP, Editora Livraria da Física, 2013, p. 195-219.