Research, Society and Development, v. 14, n. 6, e0314648924, 2025
(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v14i6.48924

A conjectura forte de goldbach e a função g(n): Análise da distribuição dos primos

The strong goldbach conjecture and the function g(n): An analysis of prime distribution

La conjetura fuerte de goldbach y la función g(n): Un análisis de la distribución de los primos

Recebido: 20/05/2025 | Revisado: 30/05/2025 | Aceitado: 30/05/2025 | Publicado: 01/06/2025

Alice Maria Rodrigues Barros
ORCID: https://orcid.org/0009-0003-6307-0022
Instituto Federal de Pernambuco, Brasil
E-mail: alicebarros.ab2016@gmail.com
Dayana Maria Silva Silvestre
ORCID: https://orcid.org/0009-0001-8786-8501
Instituto Federal de Pernambuco, Brasil
E-mail: day.yana.ds@gmail.com
Evódia Patrícia S. Veríssimo
ORCID: https://orcid.org/0009-0007-8053-502X
Instituto Federal de Pernambuco, Brasil
E-mail: evodiaverissimo@hotmail.com
Gizelly Juliane de O. S. Eloi Batista
ORCID: https://orcid.org/0009-0006-0036-958X
Instituto Federal de Pernambuco, Brasil
E-mail: gizelly_juliane@hotmail.com
Hallana Thaysa Costa Barros
ORCID: https://orcid.org/0009-0001-9566-9182
Instituto Federal de Pernambuco, Brasil
E-mail: hallana.hanna@gmail.com

Resumo
A Conjectura de Goldbach, um problema antigo e importante da teoria dos números que consiste em determinar se todo número par maior que 2 pode ser expresso como a soma de dois números primos. Ainda que muitos avanços tenham sido feitos na busca por uma solução para essa conjectura, ela permanece sem solução até hoje. O objetivo do artigo é analisar a relação entre a Conjectura de Goldbach e a distribuição de números primos, duas questões fundamentais da teoria dos números. Serão apresentados os principais resultados e teorias utilizados pelos matemáticos para tentar resolver a conjectura, além de discutir como o estudo da distribuição de números primos pode levar a avanços significativos nessa busca. A importância da pesquisa está na resolução de um dos maiores mistérios da matemática, bem como nas implicações da conjectura em outras áreas da ciência e da tecnologia. Ainda, a pesquisa contribui para o avanço da teoria dos números e para a compreensão da distribuição de números primos, um problema fundamental da matemática.
Palavras-chave: Matemática; Conjectura; Goldbach; Primos.

Abstract
Goldbach's Conjecture, an ancient and important problem in number theory, states that every even number greater than 2 can be expressed as the sum of two prime numbers. Although many advances have been made in the search for a solution to this conjecture, it remains unsolved to this day. The goal of the article is to analyze the relationship between Goldbach's Conjecture and the distribution of prime numbers, two fundamental questions in number theory. The main results and theories used by mathematicians to try to solve the conjecture will be presented, as well as discussing how the study of prime number distribution can lead to significant advances in this search. The importance of the research lies in solving one of the greatest mysteries in mathematics, as well as in the implications of the conjecture in other areas of science and technology. Additionally, the research contributes to the advancement of number theory and the understanding of prime number distribution, a fundamental problem in mathematics.
Keywords: Mathematics; Conjecture; Goldbach; Primes.

Resumen
La Conjetura de Goldbach es un antiguo e importante problema de la teoría de los números, que consiste en determinar si todo número par mayor que 2 puede ser expresado como la suma de dos números primos. Aunque se han logrado muchos avances en la búsqueda de una solución para esta conjetura, hasta hoy permanece sin resolución. El objetivo de este artículo es analizar la relación entre la Conjetura de Goldbach y la distribución de los números primos, dos cuestiones fundamentales de la teoría de los números. Se presentarán los principales resultados y teorías utilizadas por los matemáticos para intentar resolver la conjetura, además de discutir cómo el estudio de la

distribución de los números primos puede conducir a avances significativos en esta búsqueda. La importancia de esta investigación radica en la resolución de uno de los mayores misterios de las matemáticas, así como en las implicaciones de la conjetura en otras áreas de la ciencia y la tecnología. Asimismo, la investigación contribuye al avance de la teoría de los números y a la comprensión de la distribución de los números primos, un problema fundamental de las matemáticas.
Palabras clave: Matemáticas; Conjetura; Goldbach; Primos.

1. Introdução

A Conjectura de Goldbach é um dos problemas mais antigos e famosos da teoria dos números, formulado pelo matemático alemão Christian Goldbach em 1742. A conjectura afirma que todo número par maior que 2 pode ser escrito como a soma de dois números primos. Apesar de ter sido estudada por muitos matemáticos famosos ao longo dos séculos, a conjectura ainda não foi provada nem refutada. Ainda que pareça um problema simples, sua complexidade e importância para a teoria dos números tornam a Conjectura de Goldbach um desafio fascinante para matemáticos em todo o mundo (Bertone, 2014).

O problema da Conjectura Forte de Goldbach é um dos problemas mais estudados na teoria dos números, e tem sido alvo de atenção dos matemáticos desde o século XVIII. A conjectura pode ser formulada em termos simples, mas a sua solução é incrivelmente difícil. Mesmo os matemáticos mais renomados da história, como Euler e Hardy, foram incapazes de resolver o problema. Ainda hoje, a conjectura permanece aberta e é considerada um dos maiores mistérios da matemática (Bertone, 2014; Apostol, 1998).

O impacto da Conjectura de Goldbach vai além da própria teoria dos números. A ideia de que todos os números pares podem ser escritos como a soma de dois números primos tem implicações importantes em outras áreas da matemática e da física, incluindo a teoria dos grafos e a teoria dos números aleatórios (Rieu, 2015). Além disso, a conjectura tem sido utilizada em criptografia para criar algoritmos seguros de codificação de informações. Por essa razão, o estudo da Conjectura de Goldbach tem um papel fundamental no avanço da ciência e da tecnologia (Maiers, 2005; Bertone, 2014).

Sendo assim, é importante ressaltar que a Conjectura de Goldbach é um problema em aberto que tem desafiado os matemáticos por mais de 270 anos (Bertone, 2014). Apesar dos avanços na teoria dos números e no poder computacional, a conjectura permanece sem solução. A busca por uma solução para este problema não é apenas um exercício intelectual, mas também pode levar a avanços significativos em muitas áreas da ciência e da tecnologia (Helfgott, 203). É por isso que a Conjectura de Goldbach continua a intrigar os matemáticos de todo o mundo, e provavelmente continuará a fazê-lo por muitos anos.

O objetivo deste artigo é analisar a relação entre a Conjectura Forte de Goldbach e a distribuição de números primos, duas questões fundamentais da teoria dos números. Serão apresentados os principais resultados e teorias que têm sido utilizados pelos matemáticos para tentar resolver a conjectura, além de discutir como o estudo da distribuição de números primos que pode levar a avanços significativos nessa busca.

Nessa direção, a Conjectura de Goldbach é um dos problemas mais antigos e importantes da teoria dos números, e consiste em determinar se todo número par maior do que 2 pode ser expresso como a soma de dois números primos. Embora muitos avanços tenham sido feitos na busca por uma solução para essa conjectura, ela permanece não resolvida até os dias de hoje, a qual a distribuição de números primos é outro problema fundamental da teoria dos números, que tem desafiado os matemáticos por séculos (Helfgott, 2025).

Embora tenham sido descobertas muitas propriedades de interesse sobre a distribuição de números primos, ainda há muitas questões em aberto, e a maneira como os números primos são distribuídos continua sendo um dos maiores mistérios da matemática. O problema da pesquisa deste artigo é, portanto, analisar como a distribuição de números primos está relacionada com a Conjectura de Goldbach e como esse estudo pode levar a avanços significativos na busca por uma solução para essa

(CC BY 4.0) | ISSN 2525-3409 | DOI: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v14i6.48924

conjectura.

2. Metodologia

Este estudo caracteriza-se como sendo uma pesquisa mista, teórica, de natureza quantitativa, com objetivo exploratório, descritivo e reflexivo (Pereira et al., 2018; Gil, 2017) e também pode ser considerado como sendo um estudo de caso centrado no fenômeno da conjectura forte de goldbach e a função g(n): Análise da distribuição dos primos (Yin, 2015).

3. Resultados e Discussão

3.1 Sobre Teoria dos Números

Antes de adentrar ao conteúdo de interesse, é importante ressaltar alguns pontos importantes. Entre alguns, algumas sequencias importantes no conjunto dos Naturais (**N),** de modo que $(n)_{n\in N} = (1{,}2{,}3, \dots, n, \dots)$ são todos naturais, ao passo que $(2n)_{n\in N} = (2, 4, 6, 000, 2n, \dots)$ são todos os naturais pares, e, $(2n-1)_{n\in N} = (1, 3, 5, \dots, 2-1, \dots)$ são impares pertencentes ao Conjunto dos Naturais (Bernardes, 2020).

Com isso, exalta que n é, portanto, n-ésimo número natural, $2n$ é o n-ésimo número par, e $2n-1$ é o n-esimo ímpar. Nessa perspectiva, é necessário tratar sobre o Teorema Fundamental da Aritmética (Bernardes, 2020), resumidamente, é possível compreender esse teorema da seguinte maneira:

1) Todo número $n > 2$ que pertencente ao conjunto dos naturais pode ser reescrito como o produto o produto de números primos, a saber: $p_1, p_2, p_3, \dots, p_k \in \boldsymbol{P}$, de forma que,

$$n = p_1 x p_2 x p_3 x \dots x p_{k\in N} \qquad (1)$$

2) Se o produto dos números $p_{k\in N} = q_{s\in N}$, sendo $p_1, p_2, \dots, p_k = q_1, q_3, \dots, q_s \in \boldsymbol{P}$, e, sendo $p_1 < p_2 < p_3, \dots, p_s$ de igual maneira que $q_1 < q_2 < q_3, \dots, p_s$, então k = s, com $p_1 = q_1$, $p_2 = q_2$ e $p_k = q_s$.

Com somente estas duas proposições, é possível iniciar uma lógica matemática que leva a quantidade de divisores de um número natural, e modo que essa quantidade é finita. Para indicar essa quantidade, é comum usar a seguinte notação:

$$\tau(n) = \{t \in \boldsymbol{N}; t \text{ é } divisor\ de\ n. \qquad (4)$$

Com n qualquer pode ser composto no produto de primos, para $n > 2 \in \boldsymbol{N}$, a formalização do produto é

$$n = \prod_{k=1}^{s} p_k^{a_k} \qquad (5)$$

De maneira que a quantidade de divisores será,

$$\tau(n) = \prod_{k=1}^{s} (a_k + 1) \qquad (6)$$

Em consonância como (5) e (6), sabe-se que se n é Natural, então n será quadrado perfeito se, e somente se $\tau(n)$ for ímpar. A decomposição primária é importante para quando se deseja encontrar tanto o mmc, ou, o mdc de dois naturais. Em todo caso, Euclides por volta de 300 a.C e 270 a.C, demonstrou que o conjunto dos números primos **P** é infinito (Derbyshire, 2012).

A demonstração foi realizada por absurdo. Admite-se que exista uma quantidade finita de primos, organizados da seguinte maneira

$$p_1, p_2, p_3, \dots, p_n \quad (7)$$

Então, basta construir o produto,

$$n = p_1 \, x \, p_2 \, x \, p_3 \, x \dots x \, p_{n+1} \quad (8)$$

Logo, $\mathrm{p}_{\mathrm{n}+1}$ é um número primo e está na lista (o que é uma contradição pois ele não está na lista), ou n é composto por primos que não estão na lista que não é seu divisor. Consequentemente, n tem um fator primo que não está na lista**,** o que contradiz a hipótese de que já listada sobre todos os primos (Derbyshire, 2012).

Como os números primos são infinitos, existem diversos interesses, dilemas e curiosidades sobre suas propriedades (APOSTOL, 1998). Na Teoria dos Números, possui entusiasmo sobre as propriedades que cercam os primos, estes por sua vez sendo considerados como os blocos de construção fundamental dos naturais, e, um ponto de vontade advém da sua distribuição. Ou seja, como esses números são distribuídos para $n_{n \in N}$ muito grande (Ribas, 2011). A importância da distribuição de números primos na teoria dos números se deve ao fato de que muitos dos problemas mais importantes nessa área estão intimamente relacionados a essa distribuição (Sousa, 2013).

Segundo Bernades (2020), a distribuição de números primos tem uma série de aplicações práticas, incluindo em criptografia e segurança da informação. Essas aplicações decorrem da propriedade dos primos de serem difíceis de fatorar, de maneira que a criptografia moderna depende da escolha de números primos grandes para garantir a segurança dos dados, e, a distribuição trata que esses números sejam suficientemente aleatórios e difíceis de serem descobertos (Eves, 2011).

Acerca do conteúdo sobre a distribuição dos números primos, vale ressaltar o Teorema de Dirichlet, que trata de progressões aritméticas em primos. O teorema afirma que se a e m são inteiros positivos e coprimos, então existem infinitos primos congruentes a a e $mod\ m$ (Montgomery & Vaughan, 2006). Sabendo a progressão pode ser,

$$a, a + m, a + 2m, a + 3m, \dots \quad (9)$$

Este teorema, enunciado e demonstrado por Peter Gustav Lejeune Dirichlet em 1837, foi uma das primeiras aplicações bem-sucedidas de técnicas da análise complexa à teoria dos números, marcando o nascimento da teoria analítica dos números. A demonstração utiliza, caracteres de Dirichlet e funções $\boldsymbol{L}$ de Dirichlet, além de argumentos de séries de Dirichlet e a generalização da função zeta de Riemann (Montgomery, Vaughan, 2006).

Quanto a sua relevância, Maiers (2005) explica que ele mostra que os números primos não aparecem ao acaso na reta numérica, mas se distribuem de maneira equitativa entre as progressões aritméticas que respeitam certas condições. Com isso, consolida diversas conjecturas e teoremas subsequentes sobre a distribuição dos primos, como as conjecturas de Hardy-Littlewood (sobre primos gêmeos e em progressões) e a conjectura de Elliott-Halberstam (sobre uniformidade de distribuição dos primos em progressões modulares) (Sousa, 2013).

3.2 Enunciado Formal da Conjectura Forte de Goldbach

A Conjectura de Goldbach afirma que todo número par maior do que 2 pode ser expresso como a soma de dois números primos. Seja **P** o conjunto dos números primos, e $2n_{n \in N}$ o subconjunto dos pares de naturais, tal que $n > 2$, Goldbach diz que

$$\forall n \in N_{par}, \exists\, p_1, p_2 \in P \mid n = p_1 + p_2. \tag{10}$$

Apesar de possuir certa simplicidade, a conjectura leva a questões sobre a distribuição aditiva dos primos. Inclusiva, devido a ter característica global, a conjetura também pode interferir nos pares, o que é um problema para a sua demonstração formalizada (Sousa, 2013).

Até o presente momento, verificações computacionais, como as conduzidas por Tomás Oliveira e Silva (2014), confirmaram a veracidade da conjectura para todos os números pares até aproximadamente 4×10^{18}. No entanto, essa verificação é finita, por mais amplitude que tenha, de fato não constitui uma prova formal, já que a conjectura é um quantificador universal sobre um conjunto infinito.

Entre as abordagens mais relevantes na tentativa de demonstrar a Conjectura Forte de Goldbach destacam-se os métodos analíticos baseados em *funções L* — generalizações da função zeta de Riemann, e as técnicas da teoria dos números aditivos, como a análise harmônica por meio de séries de Fourier e os métodos da teoria de crivos. Essas ferramentas têm sido empregadas para investigar a densidade e a estrutura aditiva dos números primos, buscando verificar estimativas para a ocorrência de pares primos cuja soma resulte em inteiros pares (Melo, 2016; Eves, 2011).

Apesar da Conjectura Forte de Goldbach ainda não tenha sido demonstrada nem refutada de forma, os esforços voltados à sua resolução têm gerado avanços em distintos domínios da matemática. Especificamente, o estudo dessa conjectura tem trazido desenvolvimento de ferramentas, ao exemplo da criptografia, combinatória aditiva e análise assintótica. A permanência da conjectura como um dos principais problemas em aberto da matemática moderna continua a catalisar pesquisas (Lkeda & Suriajaya, 2025).

Ao longo dos séculos, diversas reformulações equivalentes e extensões da conjectura têm sido propostas. Dentre elas, destaca-se a Conjectura Fraca de Goldbach, segundo a qual todo número ímpar maior que 5 pode ser expresso como a soma de três números primos. Essa versão, de caráter menos restritivo, foi formalmente demonstrada por Harald Helfgott em 2013, mediante o uso de técnicas combinadas da teoria dos crivos, análise harmônica e verificação computacional (Lkeda & Suriajaya, 2025).

3.3 A Função de Contagem dos Primos $\pi(x)$

A compreensão da Conjectura de Goldbach, em sua forma forte, exige uma análise com atenção da forma como os números primos se distribuem ao longo dos inteiros positivos. Para tanto, uma das ferramentas mais fundamentais da teoria analítica dos números é a chamada função de contagem dos primos, denotada por $\pi(x)$ (Helfgott, 2023).

A função $\pi(x)$ é definida como

$$\pi(x) = \{p \in \mathrm{P} \mid p < x\} \tag{11}$$

Ou seja, $\pi(x)$ representa a quantidade de números primos menores ou iguais a um dado número real positivo. Esta função é discreta, crescente e não linear, refletindo o fato de que os primos se tornam menos frequentes à medida que nos afastamos da origem. Historicamente, o comportamento de $\pi(x)$ foi objeto de intensas investigações, culminando no denominado Teorema dos Números Primos (Helfgott, 2023), cuja forma assintótica é dada por:

$$\pi(x) \sim \frac{x}{Ln\, x}, \text{ quando } x \rightarrow \infty \tag{12}$$

Essa equivalência assintótica implica que, apesar de os primos se tornarem menos frequentes à medida que x cresce, sua densidade decai de forma logarítmica, de modo que não desaparecem e continuam suficientemente infinitos. Além disso, a função $\pi(x)$ pode ser aproximada com maior precisão pela função logarítmica integral (Helfgott, 2023; Sousa, 2013), definida como:

$$Li(x) = \int_2^x \frac{dt}{Ln\, t}, \tag{13}$$

f o que fornece estimativas próximas ao comportamento real da função de contagem dos primos. Sob a suposição da Hipótese de Riemann, tem-se uma estimativa refinada do erro:

$$\pi(x) = Li(x) + O(xe^{-c\sqrt{\ln x}}), \text{ para } c > 0. \tag{14}$$

Em observância ao contexto aditivo, a Conjectura de Goldbach, $\pi(x)$ é possível estimar quantos primos estão disponíveis para formar pares cuja soma seja um número par específico. A escassez de primos em determinadas faixas poderia inviabilizar tais representações, mas o comportamento suave garante que, para valores grandes de x, sempre há um número de candidatos potenciais (Montgomery & Vaughan, 2006).

Além de $\pi(x)$, outras funções derivadas são utilizadas para entender e estimar a distribuição de primos:

$$\theta(x) = \sum_{p \leq x} Ln\, p \text{ (função de Chebyshev)}, \tag{15}$$

$$\varphi(x) = \sum_{n \leq x} \Lambda(n) \text{ (função de Chebyshev com von Mangoldt)}. \tag{16}$$

Essas funções estimam $\pi(x)$, ao passo que trazem conexões com a função zeta de Riemann, cujos zeros não triviais influenciam diretamente a precisão dessas aproximações.

Nesse ínterim, é importante destacar que a função $\pi(x)$ está na base que sustentam a função $G(n)$, que conta o número de representações de um número par como soma de dois primos. Uma expressão comum para $G(n)$, baseada em funções indicadoras (Montgomery & Vaughan, 2006; Bertone, 2014), é dada por:

$$G(n) \approx \sum_{2 \leq p \leq n/2} p(x).\, p(n-x) \tag{17}$$

Essas expressões dependem diretamente da densidade de primos estimada por $\pi(x)$, onde $p(x)$ é a função indicadora dos primos. A estimativa de quantos desses pares existem depende diretamente da densidade de primos em torno de n, a qual é regida por $\pi(x)$.

3.4 A Função $G(n)$

A Conjectura Forte de Goldbach afirma que todo número par $n > 2$ pode ser escrito como soma de dois primos:

$$n = p + q, \quad p, q \ \in \boldsymbol{P}. \tag{18}$$

Neste caso, a Função G(n) ilustra o número total de pares. A validade da conjectura para um valor específico de n equivale à verificação de que $G(n) > 0$. Contudo, sua atuação vai além da verificação, visto que revela padrões ligados a densidade dos primos (Goldston & Suriajaya, 2023).

Com isso, a função $G(n)$ é central na análise quantitativa da Conjectura Forte de Goldbach. Seu objetivo é medir, para um dado número par n, o número de pares ordenados de primos tais que $p + q = n_{n \in N}$. Ao invés de apenas verificar a existência de uma solução, como propõe a conjectura, a função $G(n)$ busca enumerar todas as representações possíveis (Goldston & Suriajaya, 2023). Formalmente, definimos:

$$G(n) = \#\{p, q) \in \boldsymbol{P}^2 |\, p + q = n, p \ \leq q\}, \tag{19}$$

Onde **P** é o conjunto dos números primos. Considera-se usualmente $p \leq q$ para evitar contagens duplicadas de expressões simétricas, como $3 + 7$ e $7 + 3$. A função $G(n)$ pode também se expressa em termos de uma função indicadora de primos $p(x)$, ao exemplo da

$$G(n) \approx \ \textstyle\sum_{2 \ \leq p \ \leq n/2} p(x).\, p(n - x) \tag{20}$$

Com essa formulação, é possível implementar algoritmos computacionais para verificar empiricamente a conjectura em grandes intervalos. Além disso, ela conecta diretamente o crescimento de $G(n)$ a densidade dos primos menores que n, governada por $\pi(n)$ (Goldston & Suriajaya, 2023; Maiers, 2005).

Espera-se que $G(n)$cresça com n. Essa expectativa é reforçada por uma estimativa clássica obtida por Hardy e Littlewood, via método do círculo, que fornece a seguinte aproximação:

$$G(n) \sim 2C. \frac{N}{(Ln)^2} \tag{21}$$

Onde $C \ \approx 0{,}6601618...$ é a constante de Hardy-Littlewood. Essa fórmula revela que, mesmo com a rarefação dos primos para grandes valores de n, ainda assim o número de representações $G(n)$ tende a aumentar, embora lentamente (Goldston & Suriajaya, 2023). Granville (2015) também explorou padrões na distribuição de primos que sustentam a conjectura de Goldbach, direcionando que certos padrões se mantêm mesmo em faixas numéricas extremamente elevadas. Por exemplo, os valores empíricos de $G(n)$ para alguns inteiros pares ilustram esse crescimento.

Quadro 1 – Representações $G(n)$.

N	Representações	$G(n)$
10	3+7, 7 + 3	2
20	3+17, 7 + 13	2
50	3+47, 7+43, 13+37, 19+31	4
100	3+97, 11+89, 17+83,	6

Fonte: Elaborado pelos Autores (2025).

A função $G(n)$ fornece assim uma via para verificar a validade da conjectura para valores específicos, de maneira que é possível estudar seu comportamento estatístico em grandes intervalos. Portanto, $G(n)$ é um ferramental a ser ainda aprofundado, tanto do ponto de vista analítico, como também das aplicações computacionais, observando a distribuição e a veracidade da Conjectura Forte de Goldbach lentamente (Goldston & Suriajaya, 2023), ao passo que aprofunda a compreensão matemática acerca da distribuição dos números primos.

4. Conclusão

A Conjectura Forte de Goldbach ainda é como um dos marcos da matemática a serem solucionados, de maneira a desafiar gerações de matemáticos desde o século XVIII. A aparente simplicidade de seu enunciado contrasta com a complexidade das ferramentas analíticas necessárias para enfrentá-la, exigindo um profundo entendimento dos números primos e de sua distribuição ao longo dos inteiros.

No decorrer deste trabalho, demonstrou-se que a análise da função $G(n)$, que quantifica as representações de um número par como soma de dois primos, constitui um recurso para testar a conjectura, ao passo que é uma janela teórica para investigar as propriedades estatísticas e assintóticas da aritmética dos primos.

A interação entre a função de contagem dos primos $\pi(x)$, as funções de Chebyshev e os postulados oriundos da teoria analítica dos números revela que a densidade dos primos, embora decrescente, mantém-se suficientemente alta, sob hipóteses plausíveis, a existência de pares primos para todos os pares $n > 2n$.

As estimativas assintóticas de Hardy e Littlewood, baseadas no método do círculo, de fato são um suporte para a veracidade da conjectura, ao mesmo tempo em que apontam a natureza intrinsecamente probabilística do problema.

Embora a inexistência de uma prova geral limite o alcance dos resultados obtidos até o momento, existiram progressos com intervalos finitos por meio de computadores, como a verificação para todos os pares até 4×10^{18}, com refinamentos provenientes da teoria dos crivos, das funções L e da análise harmônica demonstram que a investigação da Conjectura de Goldbach ultrapassa o valor de uma simples demonstração formal. T

Com efeito, trata-se de um problema estruturante, cujos desdobramentos trazem o avanço da própria matemática, em especial da teoria dos números, e cujas aplicações reverberam em áreas como a criptografia, a ciência da computação e os sistemas de segurança digital.

Portanto, conclui-se que o estudo da Conjectura Forte de Goldbach requer de fato uma solução completa, ao passo há caminhos para sua resolução que ainda está em aberto, a função $G(n)$, talvez possa mostrar um caminho a ser seguido.

Referências

APostol, T. M. (1998). Introdução à teoria analítica dos números. Editora LTC.

Bertone, A. M. A. (2014). Introdução à Teoria dos Números. UFU.

Bernardes, R. M. (2020). Ensaio matemático sobre a conjectura de goldbach. https://www.conic-semesp.org.br/anais/files/2020/trabalho-1000005615.pdf.

Bertone, A. M. A. (2014). Introdução à Teoria dos Números. Uberlândia, MG: UFU.

Derbyshire, J. (2012). Obsessão prima. Editora Record.

Eves, H. (2011). Introdução à história da Matemática. (5ed). Editora da Unicamp.

Gil, A. C. (2017). Como elaborar projetos de pesquisa. (6ed). Editora Atlas.

Goldston, D. A. & Suriajaya, A. I. (2023). On an average Goldbach representation formula of Fujii. Nagoya Mathematical Journal, Cambridge. 250, 511–32. https://www.cambridge.org/core/journals/nagoya-mathematical-journal/article/abs/on-an-average-goldbach-representation-formula-of-fujii/9C6EF5AA639674AD7AFF4A9F91BD72E3

Granville, A. (2015). Prime Number Patterns. The American Mathematical Monthly. 122(4), 299–315.

Hardy, G. H. & Wright, E. M. (2008). An introduction to the theory of numbers. (6.ed). Oxford University Press.

Helfgott, H. A. (2023). The ternary Goldbach conjecture is true. Annals of Mathematics Studies. 203. https://arxiv.org/abs/1312.7748.

Ikeda, K. & Suriajaya, A. I. (2025). The average number of Goldbach representations over multiples of q. https://arxiv.org/abs/2405.04315v4.

Lima, R. F. (2016). Introdução à geometria diferencial. Macapá: SBM.

Maiers, R. R. (2005). Teoria dos números. Universidade de Brasília. http://www.mat.unb.br/~maierr/tnotas.pdf.

Montgomery, H. & Vaughan, R. C. (2006). Multiplicative Number Theory I: Classical Theory. Cambridge: Cambridge University Press.

Niven, I., Zckerman, H. S. & Montgomery, H. L. (2009). Uma introdução à teoria dos números. Editora LTC.

Oliveira e Silva, T., Herzog, S. & Pardi, S. (2014). Empirical verification of the even Goldbach conjecture and computation of prime gaps up to 4 x 10^18. Mathematics of Computation, Providence. 83(288), 2033–60. doi:10.1090/S0025-5718-2013-02787-1.

Pereira A. S. et al. (2018). Metodologia da pesquisa científica. [free e-book]. Editora UAB/NTE/UFSM.

Ribas, R. A. (2011). Teoria dos Números: uma introdução para o ensino superior. Editora Livraria da Física.

Rieu, C. (2015). Criptografia e números primos: fundamentos e aplicações. Editora Bookman.

Sousa, J. E. (2013). Conjetura de Goldbach - Uma visão aritmética. 130f. Departamento de Matemática da Universidade dos Açores, 2013. https://repositorio.uac.pt/bitstream/10400.3/2881/1/DissertMestradoJoseEmanuelSousa2013.pdf.

Yin, R.K. (2015). O estudo de caso. Editora Bookman.